PASLAPTINGIEJI SKAIČIAI MATEMATIKOJE IR NE TIK

Darbą atliko: G. Eičaitė, A. Galkauskaitė,
A. Jonkaitytė, S. Petrošiūtė.
Darbo vadovė: L. Verpečinskienė

2022-2023

TIRIAMOJO DARBO TIKSLAS:

PAGILINTI MATEMATIKOS DALYKO ŽINIAS, IŠNAGRINĖTI IR PATEIKTI PASLAPTINGŲJŲ SKAIČIŲ REIKŠMES BEI JŲ PANAUDOJIMĄ.

Darbo uždaviniai:

- Išnagrinėti ir apibrėžti skaičiaus sąvoką ir atsiradimo istoriją.
- Apžvelgti paslaptinguosius skaičius ir jų savybes.
- Aprašyti šių skaičių pritaikymą gyvenime.
- Susisteminti ir apibendrinti surinktą medžiagą.

Metodologija ir metodai: mokslinės literatūros ir internetinių straipsnių apžvalga; analizė; interpretavimas; kūrybinio eksperimento metodas; savarankiškas darbas; vertinimas.

Skaičių samprata

- Matematika – tai mokslas, nagrinėjantis skaičius, jų dėsnius, loginius sąryšius, geometrines figūras bei jų savybes.
- Skaičiai yra abstrakti matematikos sąvoka, kurią naudojame norėdami išreikšti kiekį, kiekvieno daikto ar reiškinio dydžius.
- Skaičiai ir jų rašymo būdas yra viena iš pagrindinių matematikos idėjų. Skaičiaus sąvoka žmonijos istorijoje atsirado gana vėlai.
- Skaičiai yra viena iš esminių matematikos dalių ir jie vaidina svarbų vaidmenį mūsų kasdieniniame gyvenime.
- Skaičiai supa kiekvieną žmogų visur, daugeliui jų suteikiame ypatingą reikšmę: gimimo data, gyvenamosios vietos adresas, amžius, traukinio bilieto numeris.

Skaičiavimo sistemos

Skaičiavimo sistema (skaičiuotė) – tai keletas pagrindinių simbolių skaičiams žymėti ir kelios taisyklės, kuriomis naudojantis galima sudaryti simbolius kitiems skaičiams žymėti.

- Graikų skaičiavimo sistema buvo sukurta ir naudojama nuo 600 m. pr. Kr. iki 100 m. po Kr. Skaičiams užrašyti graikai naudojo 27 raides: 24 rašto abėcėlės ir tris nebevartojamas raides.
- Romėnų skaičiavimo sistema buvo kuriama nuo 500 m. pr. Kr. iki 100 m. po Kr. ir vartojama dar ir šiandien.
- Šiandien visas pasaulis naudoja indų-arabų skaičiavimo sistemą. Tai dešimtainė pozicinė skaičiavimo sistema. Skaičiams užrašyti yra dešimt pagrindinių simbolių: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Mūsų skaičiavimo sistema yra kilusi iš Indijos.

Paslaptingieji skaičiai matematikoje

Paslaptingieji skaičiai yra unikalūs savo savybėmis ir yra plačiai nagrinėjami matematikų ir mokslininkų.

- *Nulis*
- *Tobulieji ir draugiškieji* skaičiai
- Skaičius *pi*
- Skaičius *e*
- *Fibonačio* skaičiai

Nulis

Nulis skaičių pasaulyje gali būti suprantamas dvejopai.

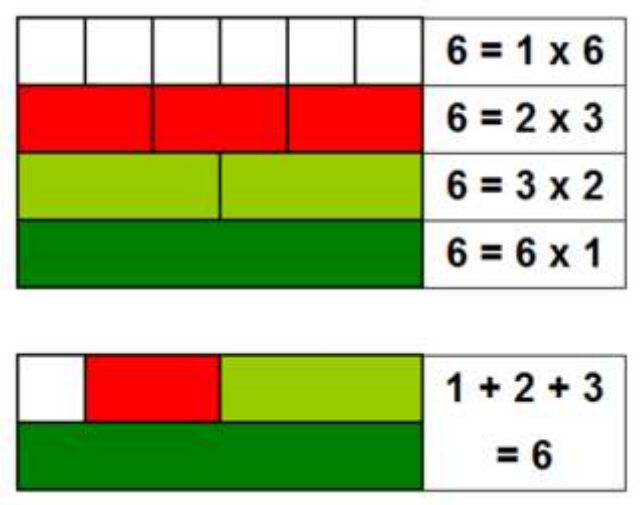
1. Nulis žymi tuščią vietą ir visišką nebuvimą.
2. Nulis naudojamas nurodant skaičių dešimtis (norint pažymėti, kad skaičiuje nėra dešimčių) ir yra svarbus simbolis daugiaženkliuose skaičiuose.

- Europoje „absoliutus“ nulis, kuris tapo ne tik skaitmuo, bet ir skaičius, galintis veiksme atlikti vaidmenį, galutinai pripažintas XVI a. prancūzų matematiko A. Žiraro (1595–1632) dėka.
- Šiandien naudojami skaičiai Europoje plito neįtikėtinai lėtai ir arabiškų skaičių sistema bei nulis joje vieningai pradėtas naudoti tik XVII a.
- Tai į daugumą skaičių sistemų vėliausiai įvestas skaičius, nes jis nėra skirtas skaičiavimui.

Tobulieji skaičiai

„Tobula yra tai, kas dėl savo nuopelnų ir vertės negali būti peržengta savo srityje“ (Aristotelis).

- Tobulasis skaičius vadinamas skaičius, lygus visų savo daliklių, mažesnių už jį patį, sumai. Pavyzdžiui, skaičiaus 28 dalikliai yra 1, 2, 4, 7, 14, o jų suma lygi 28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14.
- Tobulieji skaičiai – reti. Senovės graikų matematikams buvo žinomi tik pirmieji keturi tobulieji skaičiai. Mažiausias tobulasis skaičius – 6, nes jo daliklių 1, 2 ir 3 suma lygi 6.



Tobulieji skaičiai

- Antras tobulasis skaičius – 28, trečias – 496, ketvirtas – 8128.
- Penktas tobulas skaičius - 33550336 - buvo surastas tik XV amžiuje.
- Dabar žinoma net 47 tobuli skaičiai.
- Žymus graikų filosofas ir matematikas N. Gerazietis (I a.) rašė: „Tobulieji skaičiai gražūs. Tačiau žinoma, kad gražūs daiktai reti, netikusių yra pilna visur“.
- **Tobuli skaičiai** yra išskirtiniai skaičiai, ne veltui senovės graikai juose matė tam tikrą tobulą harmoniją. Pavyzdžiui, skaičius 5 negali būti tobulas skaičius dar ir todėl, kad penki sudaro piramidę, netobulą figūrą, kurios pagrindas nėra simetriškas šonams.

Draugiškieji skaičiai

Draugiškieji skaičiai yra du natūralieji skaičiai, kurių kiekvienas lygus antrojo skaičiaus visų natūraliųjų daliklių, išskyrus patį skaičių, sumai.

Pavyzdžiui: 220 ir 284 yra draugiškieji skaičiai, nes skaičiaus 220 daliklių suma yra: 1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284, o skaičiaus 284 daliklių suma yra: 1 + 2 + 4 + 71 + 142 = 220.

- Draugiškuosius skaičius galėtume apibrėžti ir kitaip: kiekvieno tokio skaičiaus visų daliklių suma yra lygi abiejų skaičių sumai.
- Mažiausius draugiškus skaičius 220 ir 284 žinojo pitagoriečiai, kurie juos laikė draugystės simboliu.
- Kitą draugiškų skaičių 17296 ir 18416 porą prancūzų matematikas P. Fermat atrado tik 1636 m.
- 1946 m. buvo žinoma 390 poros tokių skaičių. Dabar žinoma daugiau draugiškųjų skaičių porų.

Tobulieji skaičiai tarp mūsų

- Antikos matematikai, ypač graikai, didelę reikšmę skyrė tobuliems skaičiams ir jiems skyrė dieviškąsias savybes.
- Pavyzdžiui, Filonas (I a.) iš Aleksandrijos patvirtino, kad 6 ir 28 yra puikūs skaičiai, sutampantys su šešiomis pasaulio sukūrimo dienomis ir dvidešimt aštuoniomis dienomis, per kurias Mėnuliui reikia apeiti Žemę.
- Tobuli skaičiai taip pat yra gamtoje, pavyzdžiui, prie Saturno šiaurinio ašigalio pasirodo puikus skaičius 6 - šešiakampio formos sūkurys, kurį rado „Cassini“ zondas ir kuris mokslininkus suintrigavo.
- Įdomi viena geometrinė 6 interpretacija, tai taisyklingas šešiakampis. Taisyklingo šešiakampio kraštinė lygi jį supančio apskritimo spinduliui. Taisyklingas šešiakampis susideda iš šešių trikampių, kurių visos kraštinės ir kampai yra lygūs.
- Taisyklingasis šešiakampis randamas gamtoje, tai bičių korys, o medus – vienas iš labiausiai naudingų produktų pasaulyje.
- Bičių koriai turi šešiakampės formos ląsteles, tai yra su 6 šonais. Įrodyta, kad daugiakampis, turintis tobulą skaičių 6, yra tas, kuris leidžia maksimaliai padidinti bičių avilyje esančių ląstelių skaičių, o jo sukūrimui reikia kuo mažiau vaško.

Skaičius *pi*

- Vienas labiausiai paslaptingųjų skaičių, kuris mokslininkams kelia daugiausiai dvejonių, tai skaičius **Pi** (π).
- **Pi** skaičius yra labai įdomus, nes matematikai ir kiti mokslininkai negali nustatyti jo paskutinių skaičių sekoje. Šis skaičius buvo, yra ir bus tiriamas iki pat galutinės jo reikšmės.
- **Pi (**π) (iš graikų kalbos – „apskritimas“) – matematinė konstanta, **abstraktus skaičius,** apibūdinantis apskritimo ilgio ir jo skersmens santykį.
- Tai iracionalus skaičius, paprastai apibendrinamas dviem skaitmenimis po kablelio – 3,14.
- ***π*** yra iracionalusis skaičius, taip pat nenustatyta ar yra kokia nors seka jo užrašymui.

Skaičius pi

Apytikslė šio skaičiaus reikšmė yra:

3,14159265358979323846264338327950288419716939937510582 09749445923...

- **Pi** yra iracionalusis skaičius, tai yra negali būti užrašytas kaip dviejų sveikųjų skaičių santykis.
- **Pi** naudojama daugelyje geometrinių formulių, susijusių su apskritimais ir sferomis.
- Kadangi skaičius π yra begalinis, tai reiškia, kad visiškai tiksliai apskaičiuoti apskritimo ploto ar ilgio, žinant tik jo skersmenį, neįmanoma – nors ir labai nedidelė, paklaida bet kuriuo atveju bus.
- Mūsų gyvenime skaičius Pi naudojamas daugelyje mokslo sričių. Fizika, elektronika, tikimybių teorija, chemija, statyba, navigacija, farmakologija – tai tik dalis jų, kurios tiesiog neįsivaizduojamos be šio paslaptingo skaičiaus.

Skaičius *e*

e – matematinė konstanta yra natūralaus logaritmo funkcijos pagrindas, kurio apytikslė reikšmė yra: ***e*** ≈ 2,71828 18284 59045 23536 02874 7135.

Pagrindinės skaičiaus **e** savybės:

- tai neapibrėžtas skaičius, kurio skaičiai negali būti reguliariai kartojami;
- skaičiaus e skaitmenys nesiklosto pagal šabloną;
- jis dažnai vadinamas Napier konstanta arba Eilerio skaičiumi;
- jis gali būti naudojamas įvairiose matematikos srityse;
- jo negalima pavaizduoti dviem sveikaisiais skaičiais;
- jis taip pat negali būti pateikiamas kaip tikslus dešimtainis skaičius arba pasikartojantys dešimtainiai skaičiai.

Fibonačio skaičiai

Fibonačio sekos nariai vadinami **Fibonačio skaičiais (Fi)**, dar žinomą, kaip auksinio pjūvio konstanta.

- Fibonačio skaičius, galima sakyti, kad tai ir aukso pjūvis, ir auksinė taisyklė, ir dieviškoji proporcija, tobula kompozicija, grožio formulė ir – daugybę pavadinimų turintis skaičius.
- Tai savotiškas ne tik kiekvieno žmogaus, bet ir kiekvieno augalo gyvenimo kodas – jis yra apskaičiuojamas kaip sekančios sekos skaičius, dviejų prieš tai buvusių skaičių suma.

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377

1 + 1 = 2	13 + 21 = 34
1 + 2 = 3	21 + 34 = 55
2 + 3 = 5	34 + 55 = 89
3 + 5 = 8	55 + 89 = 144
5 + 8 = 13	89 + 144 = 233
8 + 13 = 21	144 + 233 = 377

Fibonačio skaičių savybės:

- Dalijant bet kurį skaičių iš eilės iš prieš jį einančio skaičiaus, įsitikinsime, kad skaičių santykis artėja prie **0,6180345** konstantos (atvirkščiai - **1,618**) ir yra vadinama „auksiniu pjūviu“. Kuo didesni skaičiai, tuo rezultatas tikslesnis.
- **Taigi, aukso santykis = 1: 1,618**

233 / 144 = 1,618; 377 / 233 = 1,618; 610 / 377 = 1,618;

987 / 610 = 1,618; 1597 / 987 = 1,618; 2584 / 1597 = 1,618

- **Fibonačio skaičių suma pasižymi savybe:**

0+1+1+2+3+5 = 12 (12+1 = **13**);

0+1+1+2+3+5+8 = 20 (20+1 = **21**) ,

0+1+1+2+3+5+8+13 = 33 (33+1 =**34**) ir t.t..

- Nesunku pastebėti, kad pridėję vienetą prie kiekvienos lygybės dešinės pusės, mes vėl gauname Fibonačio skaičių.

Fibonačio skaičių kvadratų savybės:

Pakėlus Fibonačio skaičius (0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ...) kvadratu, gausime seką (0, 1, 1, 4, 9, 25, 64, 169, ...) kurios du, vieną šalia kito, esančius narius, sudėję, gausime kas antrą skaitmenį Fibonačio skaičių sekoje:

0 + 1 = **1**; 1 + 1 = **2**; 1 + 4 = **5**; 4 + 9 = **13**; 9 + 25 = **34** ir t.t.

- Sudėjus porą, keletą ar daugiau iš eilės einančių skaičių gausime sumą, kurią gausime padauginę atitinkamus pradinius skaičius Fibonačio skaičių sekoje:

0, 1, 1, 4, 9, 25, 64, 169, 441, 1156, 3025, ...

0+1+1+4 = 6; (2×3)

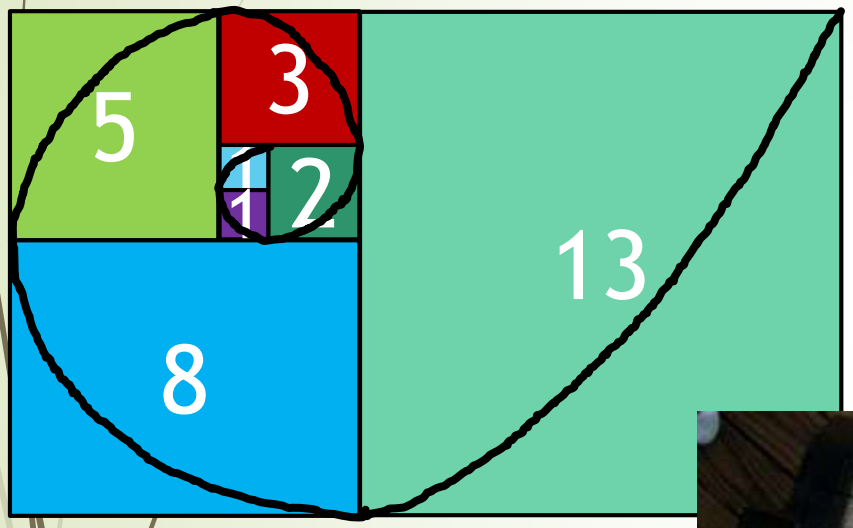
0+1+1+4+9 = 15 (3×5)

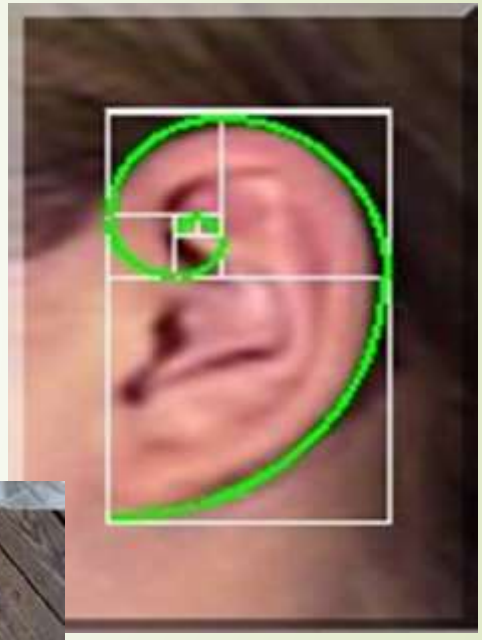
0+1+1+4+9+25 = 40 (5×8)

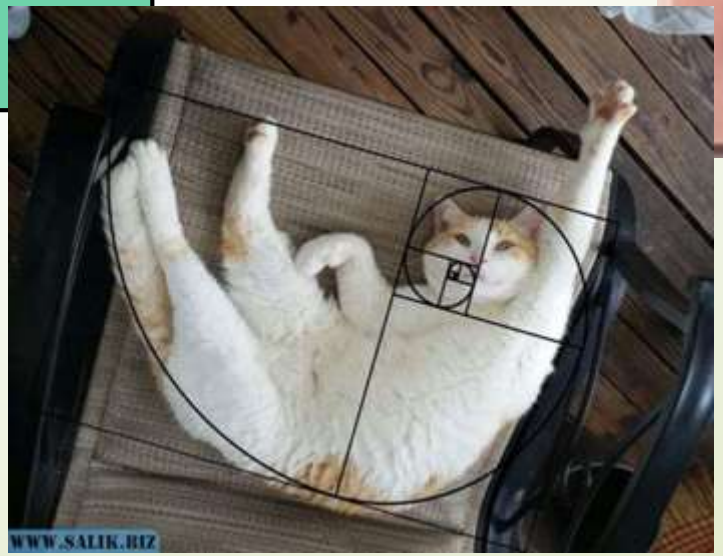
0+1+1+4+9+25+64 = 104 (8×13

Fibonačio spiralė

- Nubrėžus n kvadratų, kurių kraštinių ilgiai yra Fibonačio skaičiai, bei sujungus šių kvadratų kampus, gaunama logaritminė spiralė





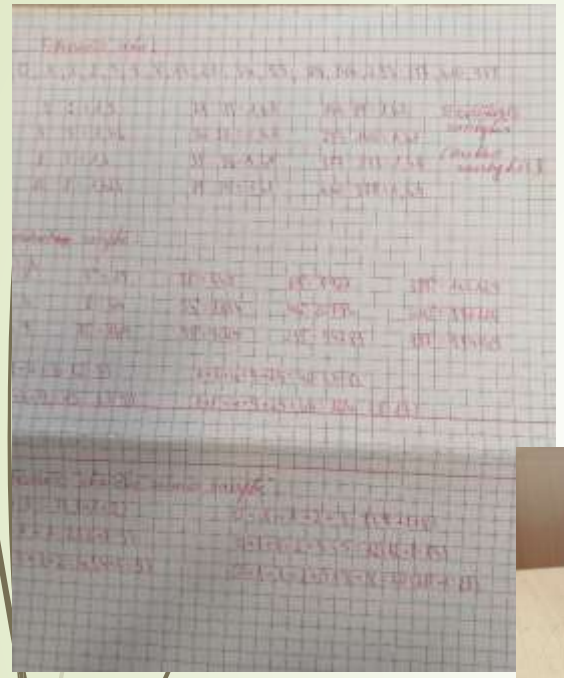


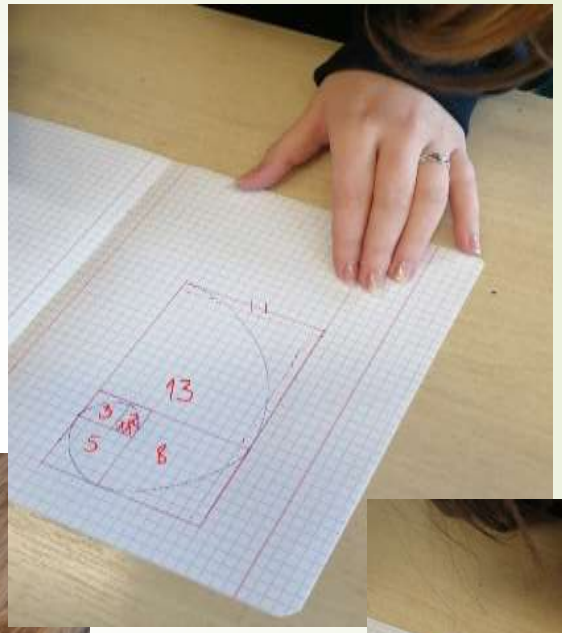
PRAKTINĖ DALIS

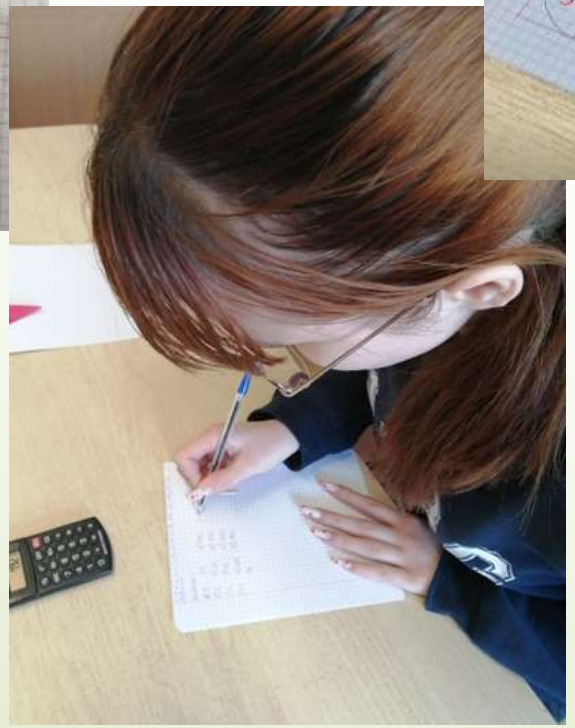
- Skaičiaus Pi apskaičiavimas mokyklos ir namų aplinkoje.

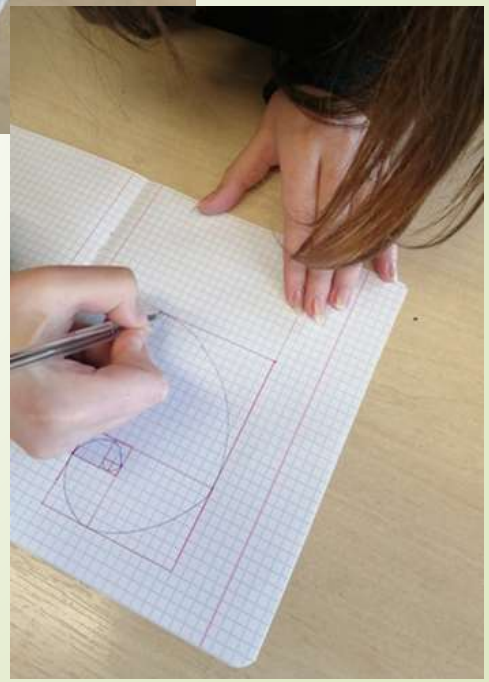
PRAKTINĖ DALIS

- Fibonačio skaičių savybių nagrinėjimas.



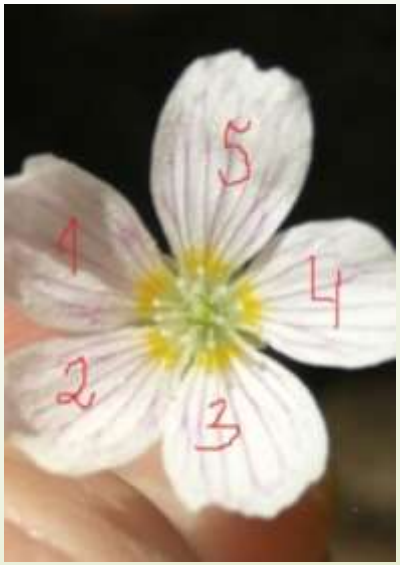






PRAKTINĖ DALIS

- Fibonačio skaičiai gamtoje.



PRAKTINĖ DALIS

- Fibonačio spiralė mūsų aplinkoje

- Stebėjome, kaip vanduo iš vonios bėga spirale.

PRAKTINĖ DALIS

- Auksinis santykis ir drugelio kūnas.

PRAKTINĖ DALIS

- Įvairių mūsų kūno dalių proporcijos.

IŠVADOS

- Šiame darbe skaičių sąvoką nagrinėjome plačiau, neapsiribojant matematikos rėmais.
- Aptarėme skaičių sampratą ir jų istoriją, pradedant senovės laikais ir baigiant šiuolaikine matematika.
- Ne tik mes mokykloje mokomės matematikos, ją taiko ir gamta, kurdama sudėtingas ir nuostabias formas.
- Atlikdami tyrimą susipažinome su π ir Fobinačio seka, spirale mus supančioje aplinkoje.
- Atlikus tyrimą visi tikslai ir uždaviniai buvo pasiekti. Darbas buvo įdomus ir naudingas.
- Rašydama šį projektinį darbą sužinojome daug naujo apie galimą matematikos praktinį pritaikymą ir jos svarbą kitose mokslo srityse.
- Manome, kad šis darbas būtų naudingas ir kitiems mokiniams, norintiems daugiau išmokti apie matematiką, fiziką ar biologiją.
- Šį projektą būtų galima panaudoti ne tik per matematikos pamokas, bet ir supažindinant moksleivius su augalų augimo, sandaros ypatumais.

AČIŪ UŽ DĖMESĮ